

Az analízis különleges helyzete az egyetemi nem-matematika szakos oktatásban

dr. Munkácsy Katalin

ELTE TTK

A hátrányos helyzet

A társadalmi helyzetből származó különbségek hatása a tanulmányi eredményekre hosszú idő óta kutatott terület,

Most az intézményi sajátosságokból származó hátrányokat vizsgálók, problémafeltáró céllal.

A biológus és egyéb, nem matematika szakos hallgatók matematika tantárgya rengeteg tartalmi és módszertani problémával terhelt. Az absztrakt fogalmak kialakítása és fejlesztése a fiatal felnőttek esetében lényegében az egyes oktatók megérzésére van bízva. A tantárgy tematikája alig különbözik a matematika tanárszakos hallgatók számára előírt tematikától, de az, amit a hallgatók ebből elsajátítanak csak töredéke a leírtaknak. Az érintő fogalmának példáján szeretném megmutatni, hogy

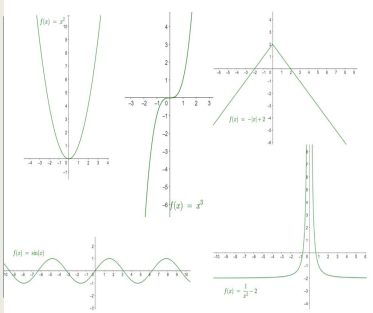
- Mi az, amit tanítunk a hallgatóknak
- Mi az, amit meg kellene érteniük
- Mi az a szemléletes kép, amit felhasználhatnánk az oktatásban

Miért nem hozzuk összhangba ezeket a tudáselemeket?

A sok probléma ellenére miért működik mégis az oktatási folyamat?



Az analízis története során világos, jól érthető kérdésekre keresték a matematikusok a választ. Archimédész a parabola egy íve és egyenes szakaszok által határolt alakzat területét kereste, Descartes szerint a matematika legnagyobb eredménye lett volna, ha sikerül az érintőre jó definíciót adni. Newton és Leibniz a mozgások és változások leírására használható eszközként dolgozta ki a differenciál és integrálszámítást. Ők a végtelen kicsi mennyiségeket használták, azonban ennek a fogalomnak nem létezett definíciója. A következő 300 évben megszületett a keresett definíció, de ehhez hatalmas kerülőre, sok technikai eszközre volt szükség. Ekkorra már az érintő definíciója is megszületett, egy eleme lett a kialakult elméletnek. Ezt az elméletet tanítjuk ma is az egyetemeken, és ahol része a tantervnek, ott a középiskolákban is. Bressoud kutatásai alapján tudjuk, hogy e téma tanításának igen alacsony a hatékonysága.



Miért marad fenn a tantárgy tanításának ez a struktúrája? A választ a matematika alapjaira, filozófiájára vonatkozó irodalomban kerestem.

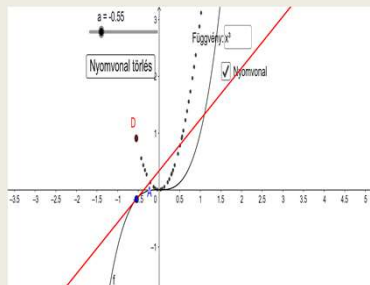
A matematikának tekintélyképző szerepe van. Itthon Mérő László, az USA-ban Philip Davis mutatott példákat arra, hogy a matematikusok hajlamosak rá, hogy magukat a különleges képességű emberek közé sorolják, a többséget pedig kizárják ebből a körből. A nagyközönségből misztikus félelmet kiváltó analízis különösen alkalmas az elhatárolódásra. A jó oktatók természetesen nem élnek ezzel a lehetőséggel, ők a hallgatók igényeinek, képességeinek, szorgalmának megfelelően csökkentik a tananyagot, kihagyják a nehéz elméleti alapot. A gyengébb, vagy kevésbé bátor oktatók megpróbálják „leadni” az egész tananyagot, aminek legtöbbször igen gyenge vizsgaeredmény a következménye.

A hagyományokhoz való ragaszkodás további oka, hogy sokáig nem voltak olyan eszközök, amelyek a mozgás és általában a változás irányított megfigyelését lehetővé tették volna. Az interaktív számítógépes animációk gyökeresen új módszertani lehetőségeket kínálnak és ezzel hatnak a tanítandó tartalomra is.

Dr. Stettner Eleonóra kollégámmal, aki a Kaposvári Egyetemen tanít, készítettünk a szemléletes analízis

tanítását támogató GeoGebra applikációkat. Kognitív pszichológusokkal is konzultálva ólunk az volt, hogy a szemléletes úton épített fogalmak terjedelme lényegében megegyezzen a korrekt matematikai módon definiált fogalom terjedelmével. A fogalmak közötti összefüggések felismerését is animációk segítik. A hallgatók kísérleteket végeznek, sejtéseket fogalmaznak meg, majd megtanulják az összefüggést pontosan leíró matematikai formulát. A tanuláshoz ebben a szakaszban nincsenek bizonyítások. Ez a „hiányosság” a tanulási folyamat alapvető sajátossága: mindannyiunk számára ismerős jelenség. Hiszen a kör területének képletét minden iskolás gond nélkül megtanulja. Csak a matematikusok és a leendő matematikusok teszik föl a kérdést, hogy valójában mi a terület, és a kör területe miért pont annyi, ahogyan azt tanuljuk.

Két orvosegyetem példáján szeretném megmutatni, hogy a tanítási-tanulási folyamat során felmerülő konfliktusok kezelésének milyen különböző változatai lehetnek. A washingtoni Georgetown University és a budapesti Semmelweis Egyetem matematikai, pontosabban analízis tematikája nagyon hasonló. De a washingtoni egyetem a matematika oktatóknak állított össze egy útmutatót arról, hogyan is kell ezt a tárgyat tanítani, a budapesti diákoknak segítő oldalt, ahol a tananyagot részletesen ki is fejtik. Ebben a megközelítésben a differenciál- és integrálszámítás alig különbözik a matematika tanárszakos tematikától. A járványhelyzet tovább fokozta a diákok internetes aktivitását. Érdekes elolvasni az egyik hallgató véleményét: „Nehéz a matek? Az orvosokat nem szokták matekból „szívni”. Annyi matektudás kell, hogy egysmeretlenes egyenleteket meg tudjál oldani.”



A budapesti egyetem nem támaszt teljesíthetetlen követelményeket matematikából a hallgatókkal szemben, de a hallgatók könnyen eifelejtik éppen a tanult lényegét: ebben a tárgyban nem a struktúrákkal foglalkoztak (ez lenne az algebra a maga egyenleteivel) hanem a mozgással és általában a változással, ahol persze szintén szerepet kapnak az egyenletek, de nem főszerepet.

A határérték létezése

A $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ határérték létezik, ha létezik a $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ és $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ határértékek és ezek egyenlő valós számok.

$$\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

Beszélgettem oktatókkal.

TK1: Szerintem nehéz a matek. Nekem mindig is az volt a kedvenc tárgyam. Akinek mégis nehéz, hát az szenvedni fog. Ők igazából nem is volnának az egyetemre valók.

TK2: Elárulom Neked, ezeknek a hallgatóknak sohasem tanítottam epsilon-deltát (vagyis a mély elméleti háttérrel), így jól kijöttünk.

TK3: A határértéket kihagyni? Hova lenne akkor a matematika elmúlt 300 évének a fejlődése?

TK4: A jegyzet alapján tanítok. Van, akinek nehéz, de aki szorgalmas, az megtanulja.

TK5: Mindig matematikusokat tanítottam. A többiekhez, a módszertanhoz nem értek. Nem is foglalkozom vele.

TK6: A nehezebb részekről csak mesélek egy keveset, és tudják a hallgatóim, hogy azokból nem fogom kérdezni őket.

TK7: Tudok én úgy szép kérdéseket föltenni, hogy senki se bukjon meg.

Ez a néhány idézet is mutatja, hogy nemcsak a hallgatók, hanem az oktatók is érzékelik a problémákat, de szembenézés helyett hátrítják az azokkal való foglalkozást, esetleges, számukra sem teljesen elfogadható megoldásokat választanak a konfliktusok elkerülésére.

Bár így is működik az analízis tanítása, szükséges lenne, hogy ne minden oktató foglalkozzon külön-külön, segítség nélkül azzal, hogyan lehetne a matematika tudományának és a didaktika tudományának elveit a nem matematikus hallgatók szempontjainak figyelembevételével egyeztetni.

Képaláírások:

1. Az érintő olyan egyenes, amely hozzásimul a görbéhez
2. A körérintő is érintő, de az érintők nagyon furcsán is viselkedhetnek.
3. <https://www.geogebra.org/m/cq9jwzky>
4. Ez már haladóknak való, de ők nem kerülnék el, ha az érintő korrekt definíciójához akarnak eljutni.